ARCH族计量模型的基本形式及应用

王　若　平
(厦门大学经济学院, 福建 厦门　361005)

摘　要: 本文主要是针对金融市场数据变化不确定性,且其方差随时间变化而呈现出的聚集性和波动性特点,给出了描述这一市场行为的自回归条件异方差(ARCH)模型的定义、参数估计以及 ARCH模型的发展情况与应用前景。

关　键　词: ARCH模型;条件异方差;分析;决策
中图分类号: F830.49　　文献标识码: A　　文章编号: 1006-2815(2002)04-0001-03

众所周知,对金融市场价格变化不确定性的研究已成为现代金融研究的核心问题之一,而这一不确定性又往往是用方差来描述和度量的。传统(经典)的经济计量模型往往假设方差是不变的,即在不同的时期方差保持一个常数。随着金融理论的发展及实证工作的深入,人们发现这一假设不尽合理,越来越多的实证研究结果揭示:金融类的许多时间序列数据,诸如股票价格、通货膨胀率、利率和外汇汇率等的方差经常表现出随时间变化的特点。早在 60年代,曼德尔布罗特(Mandelbrot, 1963)曾观察到很多金融随机变量的分布具有厚尾性,其方差也是不断变化的。更有意义的是他发现在方差变化的过程中,幅度较大的变化相对集中在某些时段里,而幅度较小的变化相对集中在另一些时段里。贝拉(Bera, 1992)用美元对英镑的每月汇率,美国联邦政府的三个月期限的短期债券利率以及纽约股票交易所每月的综合指数增长率,来进一步验证了曼德尔布罗特的这一结论。

这些研究表明传统分析中所使用的计量模型,如线性回归模型、ARMA模型等都采用期望值为零,且服从独立同方差的假设;或至多是由外生变量影响所形成的异方差假设,已不能客观和准确地描述金融市场上价格和收益随时间而变化的行为。于是许多金融学家和经济学计量学家开始尝试用一些二阶乃至更高阶矩的随时间变化的模型来定量地描述各种经济和金融行为。其中被认为最集中地反映了方差变化特点而被最广泛地应用在金融时间序列上的模型是最早由恩格尔(Engle, 1982)提出的有条件的异方差自回归模型(Autoregressive Conditional Heteroskedasticity),简称 ARCH模型。

一、ARCH模型的定义及估计

ARCH模型的最基本的特征在于它对一个线性

回归模型误差项的假设上面。假设观测数据的方差呈现自相关,即观测误差的方差是其滞后值的函数。Engle(1982)提出的 ARCH(1)模型的假设条件为:

$$y_t = U^T x_t + X_t \qquad t = 1 \cdots N \qquad (1)$$

$$X_t = \_{}_t\,[T_0 + T_1 X_{t-1}^2]^{1/2}$$

$_{}_t$服从标准正态分布 (2)

$$E[X_t | X_{t-1}] \qquad Var[X_t | X_{t-1}] = T_0 + T_1 X_{t-1}^2 = h_t$$

这里,y_t 是一个内生变量,x_t 是一个 $k\times 1$ 的外生向量,U是一个 $k\times 1$ 的回归参数向量。把它推广到更一般的形式:

$$Var[X_t | X_{t-1}, X_{t-2}, \cdots, X_{t-p}] = h_t$$

其中,

$$h_t = T_0 + T_1 X_{t-1}^2 + T_2 X_{t-2}^2 + \cdots + T_p X_{t-p}^2 \qquad (3)$$

为了保证条件方差大于零,模型要求 $T_0 > 0, T_i > 0, i = 1,\cdots,p$。

从(3)式可见,y_t 在 t 期的一个大的跳跃很可能导致它在 $t+1$ 期的大的波动,反之亦然。这是因为 X_{t+1} 的方差是由 $X_t^2 \cdots X_{t-p}^2$ 所决定的。当 X_t 很大时,X_{t+1} 的方差也很大。(3)式中的 p 表示随机变量的某一跳跃变化持续影响的时间。p 值越大,影响的时间越长。这样,内生变量 y_t 的波动性就可以清楚地描述出来。有时候大的波动云集在一起,有时候小的波动云集在一起,这就是金融市场上常见的现象,也是 ARCH(p)模型能准确计量的成因所在。同时 ARCH 模型还具有一些良好的统计性质,如它的误差项服从具有宽尾部的无条件分布和不相关性等特点,可以进行有效市场假设检验和改进传统的常系数模型的预测能力。

对于 ARCH模型的参数估计通常使用准极大似然函数法。它的对数似然函数为:

$$g_t(\theta) = \ln l_t(\theta) = -\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T}\ln h_t - \frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T} X_t^2 h_t^{-1}$$

$$t = 1, 2, \cdots, T$$

其中,$\theta = (U^T, T_0, T_1, \cdots, T_p^T)$ $\quad X_t = y_t - U^T x_t$

利用极大似然估计理论,采用迭代算法,可以得出

$$\theta^{(i+1)} = \theta^{(i)} + \lambda_i\left[\sum_{t=1}^{T}\frac{\partial g_t}{\partial\theta}\circ\frac{\partial g_t}{\partial\theta}\right]^{-1}\sum_{t=1}^{T}\frac{\partial g_t}{\partial\theta}$$

其中,$\theta^{(i)}$ 表示经过 i 次迭代后 θ 得参数估计值,λ_i 是可变步长,T 为样本容量。

二、ARCH模型的发展

自从 Engle(1982)提出 ARCH模型之后,尽管当时他本人和其他学者如 Kraft(1983)、Weiss(1984)、Domowitz与 Hakkio(1985)利用 ARCH模型分析美国通货膨胀率的走势、外汇汇率市场波动都取得了成功的结果,但进入 90年后,随着经济金融的不断发展,为了使 ARCH模型更能进一步解释金融市场出现的新现象,各国学者开始对 ARCH模型进行各个方面的完善和扩展。经过近 20年的发展,目前出现了多种变异的 ARCH模型,形成了一个 ARCH模型族。这些模型主要有:

1. log ARCH模型

在 ARCH模型的应用中,首先遇到的困难之一是如何能保证方差的系数估计值为正,因为如果 ai 出现负值,就有可能导致方差的值为负的情况,这显然与方差为正的性质相抵触。为此,格威克(Geweke, 1986)提出对数 ARCH模型,即 log ARCH 模型。对数 ARCH模型的方差函数假设为:

$$\log(h_i) = T_0 + T_1\log(X_{t-1}^2) + \cdots + T_p\log(X_{t-p}^2)$$

对等式的两边取反对数,则条件方差一定严格大于零,这时对 ai无须任何不等式条件限制就可以保证条件方差大于零。

2. NARCH模型(Non-line ARCH)

希金斯与贝拉(Higgins and Bera, 1992)提出非线性的 ARCH模型,即 NARCH模型。他们把条件方差定义为:

$$h_i = [T_0(X_t^2)^W + T_1(X_{t-1}^2)^W + \cdots + T_p(X_{t-p}^2)^W]^{\frac{1}{W}}$$

可以证明 NARCH模型包含了 ARCH模型和 log ARCH模型。当 $W = 1$ 时,NARCH模型就变成 ARCH模型;当 $W \to 0$ 时,NARCH模型就变成 log ARCH模型。

3. GARCH模型(Generalized ARCH)

对 ARCH模型作出最有意义发展的是巴拉斯拉夫(Bollerslev, 1986),他提出了更一般性的 ARCH 模型(Generalized ARCH),即 GARCH模型。他把条件方差定义为:

$$h_t = T_0 + T_1 X_{t-1}^2 + \cdots + T_p X_{t-p}^2 + U_1 h_{t-1} + \cdots + U_q h_{t-q}$$

GARCH模型对 ARCH模型的发展是在它的条件方差中引入若干过去的方差。在这里 p, q 是影响当期方差的前模型误差和前条件方差的期数。所以,一般的 GARCH模型记为 GARCH(p, q)。

注意,GAECH模型实际上是一个方差包含无穷期的误差项的 ARCH模型。但在计算时,因引入 GARCH模型使无穷项误差转变为有限项误差,用

有限的信息就表达了 ARCH模型无穷期的信息,从而带来许多应用上的方便性。

4 AGARCH 模型 (Asymmetric AGRCH)(QARCH)

GARCH模型有时不能完全说明某些金融数据的偏态和峰度的性质,峰度问题可以用假设误差服从 t 分布 (而不再是正态分布)来解决,偏态问题则通过以下 AGARCH模型关于 ht的假设来解决。

$$h_t = T_0 + T_1(X_{t-1} - Y)^2 + U_1 h_{t-1}$$

$$T_0 > 0,\ T_1,\ U_1,\ Y \geqslant 0$$

从该模型我们可以看到:当 $X_{t-1} \leqslant 0$时,即扰动项为负时,h_t 将比扰动为正时取得更大值,所以此模型更适宜于如股市越跌越猛的现象,即通常所讲的杠杆作用。

5. EARCH模型(Exponential ARCH)

EARCH模型由 Nelson(1991)提出,它是一个非线性模型。他给出的条件方差为:

$$\log h_t = T_0 + \sum_{i=1}^{p} T_i g(Z_{t-i}) + \sum_{j=1}^{q} U_j \log(h_{t-j})$$

这里,$g_{Z_t} = \theta Z_t + V[|Z_t| - E|Z_t|]$,$Z_t$为 $i.i.d.$,一般为正态分布。

EARCH模型避免了对参数的非负性假设,具有以下特点:(1) 分段线性产生了非对称的条件异方差,从而可以描述所谓“负债”的影响;(2) 允许模型的误差与条件方差相关;

一个大的震荡或波动将导致条件方差的增大。

6. TARCH模型(ARCH-T)

该模型基本上与 ARCH GARCH模型同型,不同之处在于它的误差项再不服从正态分布,而是 t 分布。由于正态分布假设不完全经济和金融的经验研究结果,于是许多经济学家尝试对模型的误差项的分布作出各种不同的假设,实际中除 TARCH外,还有正态-泊松混合分布(Jorion,1988)、扩展的指数分布(Nelson,1991)等,对改善 ARCH模型的适应性取得了不同程度上的进展。

7. ARCH-M 和 GARCH-M 模型(ARCH or GARCH-in-Mean)

恩格尔、莉莲和罗宾斯(Engle,LiLien and Robbins)认为风险益价也随时间的变化而变化,不应该假设为不变的。为此他们把这一模型定义为:

$$y_t = U x_t + W h_t + X_t$$

$$X_t | h_{t-1} \sim N(0, h_t)$$

这里,h_t 可以是 ARCH形式也可以是 GARCH形式。该模型的最大特点就是方差进入期望函数,而条件方差随时间的变化可以引起条件期望随时间变化,从而为某些类型的经济和金融时间序列数据的研究提供了一个非常有效的方法。

8. IGARCH(Integrated GARCH)模型

IGARCH模型为 GARCH模型中在条件 $\sum_{i=1}^{p} T_i + \sum_{j=1}^{q} U_j = 1$ 成立时的特殊情况。

9 FIARCH(Fractionally integrated ARCH)模型(FIGARCH)

该模型是由 Ding Granger and Engle(1993)提出的,他们把条件方差定义为:

$$h_t = T_0 + \{1 - (1-L)^d\} X_t^2 = T_0 + T(L) X_{t-1}^2$$

这里,$a(L)$是具有滞后长度 L 的多项式。

10. MARCH(Multivariate ARCH)模型

在 ARCH模型的基础上,由恩格尔、格兰杰和克拉夫特(Engle,Granger and Kraft,1984)于 1984年又提出多元 ARCH模型,定义为:

$$X_t = z_t K_t^{\frac{1}{2}} \qquad z_t\ i.i.d.$$

$$E(z_t) = 0, \qquad Var(z_t) = 1$$

其中 W_t 为协方差矩阵。

11. VGARCH(Vector GARCH)模型

该模型是由 Bollerslev,Engle和 Wooldridge(1988)提出的,它把 VGARCH模型定义为:

$$y_t = hX_t$$

$$vech(K_t) = W + A vech(y_t y_{t-1}^T) + B vech(K_{t-1})$$

这里,$vech(\circ)$代表一个算子,$K_t = h^T h$是方差波动矩阵,W 是一个 $[K(K+1)/2] \times 1$维向量,A、B 分别是 $[K(K+1)/2] \times [K(K+1)/2]$维矩阵。

除上述介绍的常用基本模型外,实践中还使用其他衍生模型来反映金融市场上价格行为的波动情形,这些模型包括结构 ARCH模型(Structural ARCH,Harvey,Ruiz,Sentana,1992)、门限 ARCH模型(Threshold ARCH,Zakoian,1994)、定性 ARCH模型(Qualitative ARCH,Gourieroux,Monfort,1992)、增长 ARCH模型(Augment ARCH,Bera,Lee,Higgins,1990)和 SV模型(Stochastic Variance Models),随着计算机的发展和

(下转第 35页)

[5] 焦瑾璞. WTO与中国金融业未来 [M].中国金融出版社, 2000.
[6] 夏斌.转轨时期的中国金融问题研究 [M].中国金融出版社, 2001.
[7] 李曼云.中国非银行金融业发展对策研究 [M].中国金融出版社, 2000.
[8] 黄毅,杜要忠.美国金融服务现代化法 [M].中国金融出版社, 2000.
[9] 彭清华,高材林,黄冠华.投资银行学概论 [M].中国金融出版社, 2000.
[10] 王晓芳.中国金融发展问题研究 [M].中国金融出版社, 2000.
[11] 卡尔·约翰。林德格林,托马斯。J。T,巴利诺,查尔斯。恩诺赫.金融部门危机与重组—— 亚洲的经验教训 [M].中国金融出版社、国际货币基金组织, 2000.
[12] 石召奎.中国 AMC探源 [M].中国计划出版社, 2001.
[13] 杨华.对银行不良资产证券化的思考 [J].中国城市金融, 2000, (2).
[14] 杨学兵.浅谈资产管理公司的成立与运作 [J].金融与保险, 2000, (4).
[15] 曾建中,林浪.关于资产管理公司的思考 [J].西南金融, 2000, (1).
[16] 李昀.按市场化原则组建资产管理公司 [J].福建金融, 2000, (4).
[17] 黄金老.资产管理公司市场环境的完善 [J].中国金融, 2000, (1).
[18] 刘忠俊,王在权.论国有商业银行不良资产的剥离和金融资产管理公司的运作 [J].经济科学, 2000, (2).
[19] 胡小卫.略论资产管理公司经营风险 [J].甘肃金融, 2002, (2).
[20] 蒋民生.从资产管理公司的业务运作情况看不良贷款的处置工作 [J].中国金融, 2002, (1).

(曹陇华 编发)

(上接第 29页)

分析技术的提高,其中 SV模型显示出广泛的应用前景,特别是对于连续时间序列数据的分析方面表现得非常突出,已成为目前金融模型的主要研究内容。

三、ARCH族模型的应用

由于 ARCH族模型的条件方差既具有随时间变化而变化的特点,又具有服从宽尾部无条件分布的特征,而这恰好与金融市场上价格和收益所表现出来的基本行为相吻合,所以用他们来揭示经济变量间的关系最恰当不过了。正因为如此,他们能应用于经济金融方面的许多领域。 从微观方面看,利用 ARCH模型可以验证经济金融理论中的规律性描述,实证市场有效性假设 (EMH),测量市场变化的风险,探讨最优的动态无风险决策 (或小风险决策),进行套期保值,特别是在资产定价方面,多元的 ARCH模型对优化投资组合效果明显;从宏观方面讲, ARCH模型最擅长处理通货膨胀率、汇率和利率问题,通过用他们研究外汇市场汇率的变动,汇率变化与贸易理论和实践的关系,汇率与一国或多国的货币政策的关系,制定本国的外汇政策,确保外汇市场平稳运行。同时还可以利用他们研究通货膨胀率、利率、风险收益、风险价格、期权价格、股市变动规律,有利于投资主体进行合理地预测债券、股票的价格,国家能够更快和准确地掌握市场变化信息,及时推出有效的货币政策,引导市场积极高效运作。在我国,近几年有不少学者运用这些模型分析和检验我国金融市场的变化特征和波动规律,尤其是对股票价格的波动分析,各种模型分析效果的实证比较,模型的参数估计方法等取得了令人满意的效果。 与此同时,一种与此相关的风险管理方法—— VaR的研究应用也在悄然兴起,随着我国市场经济的进一步发展,金融衍生工具的多样化,各种市场发育的完善和成熟,预计这些模型的应用前景会更加广阔。

参考文献:

[1] Engle, R. Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimate of the Variance of United Kingdom Inflations[J]. Econometrica, 1982, 50: 987 ~ 1 008.
[2] Bollerslvev, T. Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity [J]. Journal of Econometrics, 1986, 31: 307~ 327.
[3] Tim Bollerslvev, Ray Y. Chou, Kenneth F. Kroner. ARCH modeling in finance [J]. Journal of Econometrics, 1992, 52: 5~ 59.
[4] John Knight, Stephen Satchell. Forecasting Volatility in the Finance Markets[M]. Oxford Reed Educational and Professional Publishing Ltd, 1998.

(言 良 编发)